**（格式範例）泥砂率定曲線之偏差修正**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **陳憲宗**1\* | **莊永忠**2 | **謝敏政**3 |

1. 成功大學水利及海洋工程學系教授

2. 逢甲大學都市計畫與空間資訊學系副教授／主任

3. 逢甲大學水利工程與資源保育學系碩士

\* 通訊作者，Email: [chen@gs.ncku.edu.tw](mailto:chen@gs.ncku.edu.tw)

**摘要**

泥砂率定曲線為懸浮泥砂濃度與流量的數學關係，常以冪函數型式來描述。建立冪函數關係曲線時常採對數轉換將關係曲線轉換成線性，於線性型式下求解參數後再還原轉換為冪函數型式。而冪函數關係曲線經對數轉換求解再還原時，會衍生出一低估偏差，故本研究採用二種修正模式降低此偏差的影響，並計算集水區歷年泥砂產量及沖蝕深度。本研究以烏溪流域和高屏溪流域為例，探討各測站泥砂率定曲線的冪函數型式及修正模式的泥砂推估量，結果顯示修正模式整體而言較冪函數型式有更佳的估計。本研究進一步將泥砂量率定曲線修正模式應用於推估集水區平均沖蝕深度，得到烏溪流域的年平均沖蝕深度介於0.3毫米至5.0毫米之間，而高屏溪流域的年平均沖蝕深度則介於0.7毫米至5.3毫米之間。

關鍵字：泥砂率定曲線、偏差修正、集水區沖蝕深度

**Bias Correction of Sediment Rating Curve**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Shien-Tsung Chen 1\* | Yung-Chung Chuang 2 | Min-Cheng Hsieh 3 |

1. Professor, Department of Hydraulic and Ocean Engineering, National Cheng Kung University

2. Associate Professor, Department of Urban Planning and Spatial Information, Feng Chia University

3. Master, Department of Water Resources Engineering and Conservation, Feng Chia University

\* Corresponding Author, Email: [stchen@fcu.edu.tw](mailto:stchen@fcu.edu.tw)

**Abstract**

The discharge-sediment rating curve is usually fitted by a power function that transforms the discharge into the sediment concentration or yield. To derive the power function, the discharge and sediment data are taken logarithm so that the power function can be fitted in the form of a linear function. The linear function derived by the least squared method is statistically unbiased. But the detransformation of the linear function to the power function yields a systematic bias due to the conversion of residuals. Thus, this study applied two bias correction methods to solve the problem of biasedness. Discharge and sediment data from two basins, Wu River and Kaoping River in Taiwan, were used to test the bias correction methods. Results show that using bias correction methods can improve the sediment estimation in the study basins.

Keywords: discharge-sediment rating curve, bias correction, watershed erosion depth

1. **前言**

臺灣位於歐亞板塊和菲律賓板塊交接處，為造山作用活躍的構造區，造就本島山勢陡峭、地表坡度陡且地震活動頻仍；山脈地區地質多沉積岩及變質岩，因形成年代相對較輕，故地質破碎且脆弱而易斷裂風化。臺灣降雨季節豐枯懸殊，近年來受氣候變遷影響，降雨集中之趨勢更加明顯，高降水特性及地質構造共同驅動迅速的斜坡運動和河流基岩下切作用，以致產出大量的泥砂。Dadson et al. (2003)研究顯示，1970至2000年期間臺灣本島年平均地表沖蝕速率約為5.2毫米，鄰近活動斷層帶的地區更可高達60毫米，且每年平均流入海洋的泥砂量約為384百萬噸，占全球河川輸砂量約1.9%，然而臺灣卻僅占全球面積約0.024%。由此可見臺灣不僅擁有大量的土砂料源，配合高降水特性，再加上山高坡陡、河流短促等地形、地勢影響，使得臺灣河川擁有強大的泥砂運輸能力。

泥砂量的推估方法常採用流量－泥砂量率定曲線，該曲線為懸浮泥砂濃度與流量的數學關係，常以冪函數型式來描述。建立冪函數關係曲線時常採對數轉換將關係曲線轉換成線性，於線性型式下求解參數後再還原轉換為冪函數型式，而冪函數關係曲線經對數轉換求解再還原時，會衍生出一低估偏差。故本研究採用二種修正模式降低此偏差的影響，並以烏溪流域和高屏溪流域為例，計算集水區歷年泥砂產量及沖蝕深度。

1. **理論模式**

流量－泥砂量率定曲線常以冪函數的型式來描述懸浮泥砂濃度與流量的關係，但將冪函數採用對數轉換後再還原轉換時，會衍生出低估偏差，此問題過去已有Miller (1984)、Koch and Smillie (1986)及Walling and Webb (1988)等學者提出討論，描述如下。

2.1 流量－泥砂量率定曲線

泥砂量*S*和流量*Q*之率定曲線為非線性相關，流量－泥砂量率定曲線常以冪函式表示如下

 (1)

上式表示泥砂量推估值，*a*和*b*為率定曲線參數。參數之決定可採用回歸方法，將率定曲線取對數運算，在資料於對數轉換下建立線性模式，再以回歸方式求取參數值。

 (2)

由於以率定曲線推估之泥砂量與實際泥砂量*S*存在差異，即模式殘差，在對數轉換後的線性模式下可表示為：

 (3)

亦即

 (4)

上式為對數型態下的模式殘差值。在線性回歸的架構下，利用最小平方法率定線性模式的參數ln *a*與*b*，可得殘差的期望值為0，即，前述符號代表期望值。

對數尺度下的線性模式需進行逆轉換，還原回至原始尺度的冪函數進行運用，在考慮式(4)的殘差項進行指數轉換，則冪函數率定曲線表示為：

 (5)

上述式(5)和式(1)結合形成下列關係式：

 (6)

式(6)表示實際泥砂量*S*與泥砂量推估值在考慮殘差條件下的關係，進一步將式(6)表示成在流量*Q*條件下的泥砂量*S*期望值表示式，則為：

 (7)

上式中，若，則表示以冪函數模式表示的流量－泥砂量率定曲線為無偏差估計式；若，則代表冪函數模式存在估計偏差；後續小節將探討偏差量之特性並提出偏差修正方法。

2.2 殘差為常態分布

Mood et al. (1974)討論流量－泥砂量率定曲線之偏差量為常態分布時之情況，指出若為常態分布，則為對數常態分布，而；因此當殘差值為常態分布下，的平均值為0，變異數為，表示為；而偏差量為對數常態分布，其期望值為

 (8)

由於殘差值的均值為0，此種情況下偏差量可改寫成：

 (9)

由式(9)可知，在無偏差估計情況下，亦即，此時變異數必須為0，使得，才能滿足無偏差估計的條件，如此意味著線性回歸模式(式(2))須為完美的擬合，即殘差值均為零；由於實際情況下變異數不會為零，由式(9)可知會大於1。根據以上討論可知，冪函數型式的估計式並非為無偏差模式，須考慮式(7)中的偏差量用以修正模式的估計偏差。

在殘差值為常態分布下，以殘差值的樣本變異數取代母體變異數，則偏差量為，因此無偏差的泥砂量推估模式修正為

 (10)

2.3 殘差為非常態分布

在許多情況下，殘差值可能非為常態分布，針對此種狀況，Duan (1983)提出了「塗抹估計(smearing estimate)」的方法作為偏差量的經驗推估式：

 (11)

其中，符號表示期望值的估計值；因此在殘差值非為常態分布下，無偏差的泥砂量推估模式修正為：

 (12)

1. **研究區域**

烏溪流域降雨分布明顯受季風和地形影響，每年5月至10月為此流域的雨季，而11月至翌年4月為旱季，年平均降雨量為2087毫米，降雨量由西邊沿海1500毫米向東遞增，至山區最高超過3000毫米，雨季占全年降雨82%，集水區降雨時間、空間分布極為懸殊。本研究採用烏溪流域9站泥砂測站(水位流量站)之位置如圖1所示，收集資料包含逐日流量及不定時泥沙濃度觀測資料。

高屏溪流域位於北回歸線南北兩側，地勢上由海岸起至高程3666公尺的山區，沿海平原和中海拔丘陵區屬熱帶氣候，高山區屬溫帶氣候，呈現垂直分布的氣候類型；高屏溪流域的降雨時空分布不均，年雨量的趨勢分布上，靠近中央山脈地區之年雨量較大，平地及沿海地區則較小，自玉山年雨量3400毫米向沿海遞減降至2000毫米，且降雨大多集中每年5月至10月，占全年降雨90%。本研究採用高屏溪流域內13站泥砂測站之位置如圖2所示，收集資料包含逐日流量及不定時泥沙濃度觀測資料。

1. **結果與討論**

4.1 模式選定及誤差分析

本研究的泥砂量推估模式分別有原始冪函式模式(模式1)、殘差值為常態分布的修正模式(模式2)及殘差值非為常態分布的修正模式(模式3)三種。將烏溪流域與高屏溪流域各測站歷年泥砂量及流量觀測數據分為率定、驗證並套入三種模式中，計算各模式於驗證資料的泥砂估計值與泥砂實際值的均方根誤差(root mean squared error, RMSE)，作為判斷三種模式優劣的指標。

烏溪流域三種泥砂推估模式的估計值與泥砂實際值的均方根誤差如表1，透過均方根誤差指標的分析來判斷烏溪流域的9個測站，其中大肚橋、南北通橋、烏溪橋、乾峰橋及觀音橋5個測站適用於模式3(殘差值為非常態分布模式)。在三種模式適用性的判斷部分，本文是依照各站三種模式下實際表現程度作為選定依據，考量流域內各測站泥砂推估模式的整體一致性，選定實際表現最好的模式3作為烏溪流域的泥砂推估模式(如表2)。



**圖1 烏溪流域泥砂測站位置圖**



**圖2 高屏溪流域泥砂測站位置圖**

**表1 烏溪測站模式誤差指標**

****

**表2 烏溪測站泥砂推估模式**

****

表3為高屏溪各站的模式驗證結果，在該流域13個測站中，高屏大橋、三地門、大津、六龜、民族、民權及梅山7個測站適用於模式3(殘差值為非常態分布模式)。整體來說，高屏溪流域仍以模式3表現最好(如表4)。

4.2泥砂量推估及沖蝕深度

本研究以模式3套入歷年每日流量觀測數據推估出每日泥砂估計值，進而估算各站歷年泥砂量、年平均泥砂量及集水區沖蝕深度。由於泥砂量測數據僅為河川懸浮質觀測部分，未包含河床推移質的觀測；各界對於懸移質與推移質比例現今仍存有諸多說法，如：王如意、易任(1992)提到在估計台灣主要河川之推移質時，可假定推移質占懸移質的比例為15%，Dadson et al. (2003)指出臺灣高山河流的泥砂總量包括懸浮質和推移質，其比例分別為70%和30%；本文採用Dadson et al. (2003)所提出的70%和30%作為本研究懸移質和推移質的比例，因此河川懸浮質的觀測量需經換算，即為將懸浮質乘上1.43，方能代表河川泥砂總量。經由模式推估出烏溪及高屏溪各測站歷年平均泥砂排放量，再換算為年平均沖蝕深度，烏溪集水區年平均沖蝕深度介於0.3毫米至5.0毫米之間(如表5)，而高屏溪集水區則介於0.7毫米至5.3毫米(如表6)。整體而言，稍低於Dadson et al. (2003)估計之1970至2000年臺灣年平均地表沖蝕率5.2 毫米。

**表3 高屏溪測站模式誤差指標**

****

**表4 高屏溪測站泥砂推估模式**

****

**表5 烏溪平均沖蝕深度推估**

****

**表6 高屏溪平均沖蝕深度推估**

****

1. **結論**

泥砂量的推估方法常採用冪函式型式的流量－泥砂量率定曲線，本研究根據模式的偏差修正理論，採用三種泥砂推估模式應用於烏溪和高屏溪流域，分別為冪函式(模式1)、殘差值為常態分布的修正模式(模式2)及殘差值為非常態分布的修正模式(模式3)。整體而言，分析結果顯示，修正模式(模式3)有較好的泥沙量推估結果。藉由此修正的流量－泥砂量率定曲線，進一步推估烏溪流域和高屏溪流域各子集水區的沖蝕深度，得到烏溪集水區年平均沖蝕深度介於0.3毫米至5.0毫米之間，而高屏溪集水區則介於0.7毫米至5.3毫米之間。

**參考文獻**

1. Dadson, S.J., N. Hovius, H. Chen, W.B. Dade, M.L. Hsieh, S.D. Willett, J.C. Hu, M.J. Horng, M.C. Chen, C.P. Stark, D. Lague and J.C. Lin (2003) Links between erosion, runoff variability and seismicity in the Taiwan orogen. Nature, 426, 648–651.
2. Duan, N. (1983) Smearing estimate: a nonparametric retransformation method. Journal of the American Statistical Association, 78(383), 605–610.
3. Koch, R.W., G.M. Smillie (1986) Bias in hydrologic prediction using log-transformed regression models. Water Resources Bulletin, 22(5), 717–723.
4. Miller, D.M. (1984) Reducing transformation bias in curve fitting. The American Statistician, 38(2), 124–126.
5. Mood, A.M., F.A. Graybill, D.C. Boes (1974) Introduction to the Theory of Statistics. 3rd Edition, McGraw-Hill, New York.
6. Walling, D.E., B.W. Webb (1988) The reliability of rating curve estimates of suspended sediment yield: Some further comments. Symposium on Sediment Budgets. Porto Alegre, Brazil: IAHS, pp. 337–350.
7. 王如意、易任(1992)，「應用水文學(上冊)」，國立編譯館。